THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DU CERF-VOLANT
Emile BERTINET, 1887

Contribution à la lecture et à la compréhension de cet ouvrage,
par C. Becot

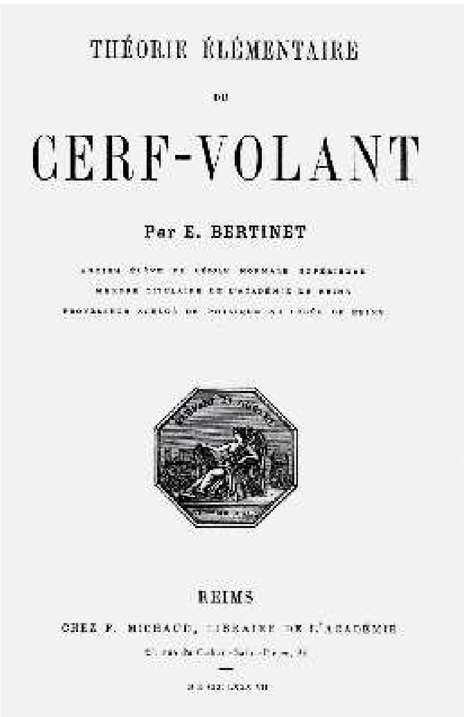
- . -

PROLOGUE

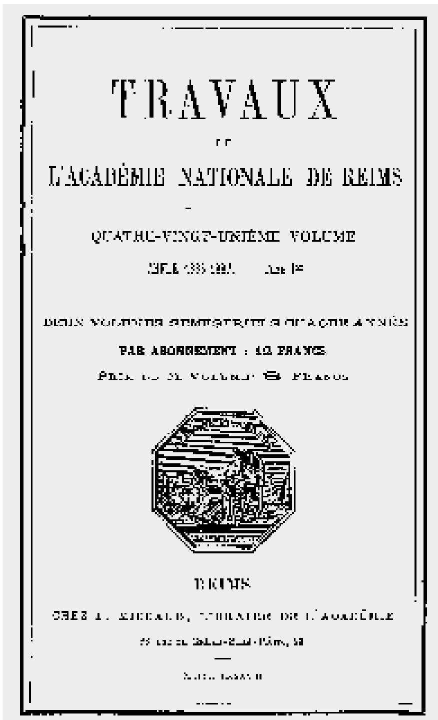
Cet ouvrage de soixante sept pages est quelquefois cité dans les bibliographies françaises sur le cerf-volant. Il est quasiment ignoré dans les bibliographies de langue anglaise. Et quand il est cité, il n'y a ni commentaire, ni description de l'ouvrage. Son contenu est réellement inconnu tout comme le prénom de son auteur dont on ne voit que son initiale.
Le but de ce prologue est de présenter Émile Bertinet et son ouvrage. Ensuite, pour en prendre connaissance j'ai élaboré un guide de lecture. J'y apporte aussi quelques compléments sur des points non traités par Bertinet mais que nous connaissons aujourd'hui.

Une double parution

C'est un ouvrage rare. Heureusement, il est possible de le consulter et d'en faire une copie au centre de documentation du Musée de l'Air et de l'Espace au Bourget. Sur internet, les moteurs de recherche n'en décèlent aucune copie en ligne. Cependant, en 2012 je réalise que Bertinet avait été professeur au lycée de Reims, membre de l'Académie de Reims, et que son livre a été édité en tant que « Librairie de l'Académie ». Connaissant les éditions annuelles de l'Académie Nationale de Reims, je les ai consultés sur Gallica, la publication internet de la Bibliothèque Nationale de France. Première constatation, l'imprimeur est le même: F. Michaud, à Reims. J'ouvre le volume 81, tome 1 des années 1886-1887, et je constate que l'ouvrage de Bertinet y est intégralement publié! Seule différence, la numérotation des pages puisque dans le volume de l'académie de Reims il se trouve au milieu d'autres articles.
Voici le lien pour pouvoir accéder à ce document:
http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5746678p/f86.image.langFR



Le livre en tiré à part



Le volume 81 tome 1 des Annales

Émile Bertinet

Bertinet a été membre de l'Académie Nationale de Reims de 1885 à 1888 seulement durant son professorat au lycée de Reims. Le rapport d'activités du secrétaire général H. Jadart nous apprend qu'au moment de cette publication Bertinet avait déjà commencé à présenter ses travaux sur la théorie du cerf-volant, et aussi qu'il faisait des observations sur le vol des oiseaux à la tour du carillon de Notre-dame de Reims
Dans un autre volume j'ai remarqué un article de Bertinet intitulé *Causerie sur la navigation aérienne,* publié suite à sa lecture faite le 7 juin 1888.
Bertinet partira ensuite enseigner à Paris, au Lycée Charlemagne, puis au lycée Buffon.
Il réside alors 2 rue Michelet à Issy-Les-Moulineaux.

La publication sur le *Vol des oiseaux* qu'il mentionne dans son ouvrage à la fin de la section Bases de la Théorie sera faite à l'Académie des Sciences et publiée dans le tome 105 du second semestre 1887.
Il rédigera aussi un mémoire *Contribution sur le vol des oiseaux* qu'il présentera à l'Académie des Sciences en 1889.

Un ouvrage de lecture ardue

Non seulement cet ouvrage est resté longtemps peu accessible, mais en plus, sa lecture est vraiment ardue pour deux raisons principales.

Tout d'abord, il n'y a pas de table des matières. Les chapitres ne sont pas numérotés; il n'y a aucun saut de page entr'eux. La typographie des sections, paragraphes, sous paragraphes n'aide pas à les identifier correctement. Dans les analyses mathématiques, les différents cas se suivent à la queue-leu-leu sans distinction. Les 32 figures sont rassemblées en deux planches, extrêmement imbriquées les unes dans les autres, ce qui a fait gagner une ou deux pages à graver, mais rend leur numéro difficile à trouver et leur visualisation compliquée.
Sa présentation rend donc difficile l'approche et la compréhension de cet ouvrage.

La seconde raison est qu'une bonne partie de l'ouvrage est une série de démonstrations et de transformations de formules mathématiques. Ainsi, on a vite fait de perdre le fil du raisonnement. De plus, une solide formation mathématique est nécessaire car certaines notions sont du niveau universitaire et classes préparatoires aux écoles d'ingénieur.
Il est difficile de distinguer les formules finales; les définitions des variables sont égrenées dans l'ouvrage, ce qui complique l'investigation lorsqu'il faut revenir sur une partie du texte.

Je me doute donc que les quelques personnes qui ont eu la curiosité d'ouvrir cet ouvrage l'aient bien vite refermé. Cela explique clairement aussi le manque d'information ou bien de citations sur le contenu de cet ouvrage atypique.

La grande particularité de Bertinet est de partir de constatations et de lois physiques très simples, et par la seule force d'un maniement mathématique ingénieux d'aboutir à la détermination des grandeurs et des équilibres caractéristiques. Ce qui est encore plus remarquable tient dans les conclusions pratiques qu'il en déduit.
Avec le guide de lecture je vais maintenant essayer de vous en extraire la substantifique moelle. Tout ce qui est présentation et explication est en noir. Les formules et les équations sont en bistre. Mes commentaires hors du propos de Bertinet sont en vert. Vous pourrez comprendre le concept de la théorie et l'équilibre du cerf-volant même sans connaissances mathématiques.
Ce guide de lecture constitue à lui seul un résumé complet pour aborder la Théorie du Cerf-Volant, que l'on soit un scientifique ou pas.

GUIDE DE LECTURE

Table des matières

Après avoir parcouru cet ouvrage ma première préoccupation a été de reconstituer la table des matières. Voici la liste des chapitres et le nombre de pages qui leur sont consacrés:

Description du cerf-volant	1 page
Bases de la théorie	2 pages
Cerf-volant ordinaire	18 pages
Application	2 pages
Cerf-volant muni d'une surcharge	6 pages
Cerf-volant cas général	7 pages
Discussion (et résumé)	17 pages
Autres modes d'attache de la ficelle	3 pages
Forme à donner au cerf-volant	2 pages
Utilité du cerf-volant	2 pages.

Ainsi on perçoit le plan de l'ouvrage et on y voit l'importance de chaque partie. Cependant, si l'on retranche les fastidieuses démonstrations mathématiques et ne retenant que les concepts et les principes, l'ouvrage devient d'un grand intérêt. La table des matières est présentée en détail en annexe avec les paginations à la fois de l'ouvrage en tiré à part et de la publication des Annales de l'Académie de Reims.
Essayons maintenant de le parcourir, chapitre par chapitre, en reprenant les appellations des grandeurs physiques utilisées par Bertinet.

Description du cerf-volant

Chapitre court et facile qui dénote bien les pensées et les préoccupations de l'époque.
Bertinet a fait bon nombre d'observations à partir d'un cerf-volant en losange muni d'une queue.
On ne peut s'empêcher de penser à celui de Mr Esterlin décrit dans la Nature en 1887, repris par A. Batut, et qui vole sans queue.

Bases de la théorie

L'aérodynamique du cerf-volant découle de la pression du vent sur une surface rectangulaire de dimensions a x b et inclinée d'un angle α. Voir la figure 1.
Le vent, de vitesse w, exerce une poussée $N' = N \sin\alpha = a.\ b\ .\ 0{,}1\ .\ w^2\ .\ \sin\alpha$ sachant que sur le cerf-volant en vol l'angle α varie avec la vitesse du vent.
Le point d'application de la force est au centre lorsque la surface est perpendiculaire au vent et il s'en éloigne vers le bord d'attaque d'une distance $a/6\ .\ \cos\alpha$
C'est la formule usuelle $N = k\ S\ V^2$ avec S la surface et V la vitesse du vent. La valeur de 0,1 du coefficient est, selon d'autres auteurs comprise entre 0,07 et 0,13 selon la forme des surfaces, leur grandeur, etc…Ces valeurs sont probablement optimiste appliquées aux cerfs-volants. Comme Bertinet utilise beaucoup k pour une autre définition, je remplacerai par convention la valeur 0,1 par u /10 dans les formules pour se souvenir que cette valeur demande à être mieux déterminée

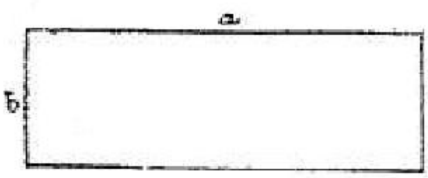
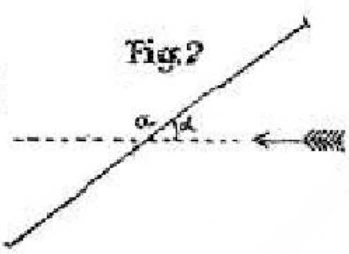


Fig.1

Fig.2



Cerf-volant ordinaire

Les sections de ce chapitre montrent bien la structure du raisonnement et de la démonstration:

1° Forme, poids, pression, centre de poussée.

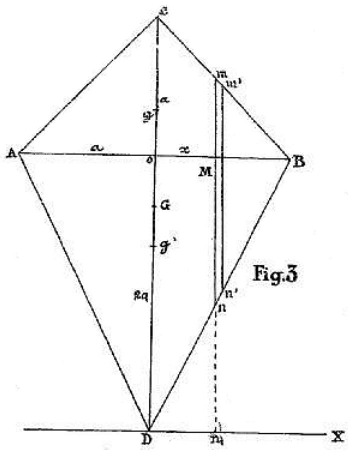
2° Mode de fonctionnement

3° Position d'équilibre – stabilité de l'équilibre

4° Valeurs de ϕ; Force ascensionnelle au départ

5° Hauteur atteinte; Descente

6° Tension du fil



1° Forme, poids, pression, centre de poussée.

Bertinet en fait la description: largeur AB = 2a et hauteur CD = 3a.
L'intersection O est à la distance CO = a. La surface fait $3\,a^2$.
Il calcule le poids à partir de la surface et de sa densité δ, soit $3\,a^2\,\delta$.
Il détermine la position du centre de gravité G qui se situe à $OG = a / 3$ en dessous de O.
Notons que la densité est ce qu'aujourd 'hui nous appelons la charge alaire.
Il confirme la poussée à 90° et déduit la poussée à un angle α: $N\alpha = u/10 \,.\, 3 \,.\, a^2 \sin\alpha \,.\, W^2$
Il détermine la position du centre de poussée à la distance $(a \cos\alpha) / 3$ au-dessus de G.
Pour cela, il raisonne sur une mince bande rectangulaire mm'nn', voir fig.3, et il en fait l'intégration pour toute la surface du cerf-volant; c'est un simple problème mathématique.

2° Mode de fonctionnement

Cette section est à lire pas à pas en se laissant guider par le texte. En effet, Bertinet commente comment interagissent les grandeurs physiques sur le cerf-volant simplement maintenu verticalement sur son axe horizontal AB. Cela commence par l'inclinaison α au décollage, puis l'envol jusqu'à atteindre l'élévation maximale..

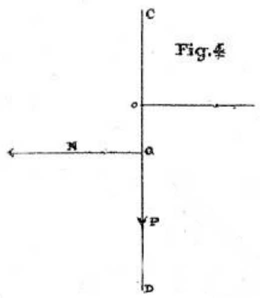


fig 4 face au vent

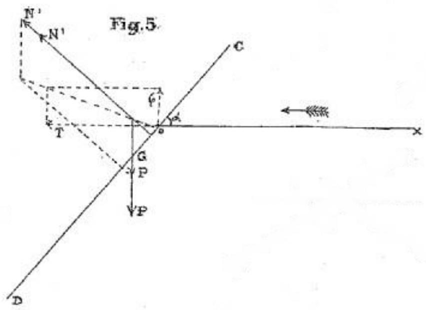


fig 5 incliné pour décoller

A chaque vitesse de vent correspond une inclinaison α. Durant la montée le cerf-volant reste parallèle à lui-même. ϕ est la force ascensionnelle. Le cerf-volant se stabilise lorsque la résultante de la poussée N et du poids P est alignée avec l'angle de fil du cerf-volant.

3° Position d'équilibre – stabilité de l'équilibre

En premier lieu Bertinet cherche à déterminer à quel angle α le cerf-volant se maintiendra pour une vitesse de vent w donnée. Pour cela il applique les équations d'équilibre des moments des forces agissant sur le cerf-volant, c'est à dire: la poussée du vent et le poids.
Ensuite, il jongle avec les mathématiques pour pouvoir déterminer l'angle d'inclinaison α.
Il démontre qu'il existe deux solutions pour lesquels le cerf-volant peut trouver son équilibre.
L'une est α compris entre 0° et 90° et la seconde est α entre 180° et 270°.
Bertinet propose ensuite une méthode graphique pour déterminer l'angle d'inclinaison en traçant deux courbes. Chacune correspond à une partie de l'équation. Les solutions, autrement dit les valeurs de α sont les points d'intersection de ces deux courbes:

$$y' = \cos\alpha$$

[4] $$y'' = k \sin\alpha \,.\, (1 - \cos\alpha) \qquad \text{avec} \qquad k = u/10 \,.\, w^2 / \delta$$

La courbe y' est simple. La courbe y'' est plus complexe. Pour ceux qui savent les utiliser, les calculatrices et les programmes informatiques permettent de les tracer. Bertinet, lui, était contraint à rechercher des points singuliers et à calculer la pente de la courbe y'' à ces points pour pouvoir en tracer la forme.

En final il montre que pour l'angle d'inclinaison α entre 0° et 90° l'équilibre est stable alors qu'il est instable pour la solution de α entre 180° et 270°. Évidemment, seule la valeur entre 0° et 90° est celle qui nous intéresse, et la seule que nous observons.

4° Valeurs de ϕ; Force ascensionnelle au départ

Bertinet calcule maintenant la force ascensionnelle ϕ au départ.

$$\phi = s \,.\, \delta. (k \sin\alpha \,.\, \cos\alpha - 1)$$

Ensuite il utilise l'équation de l'angle d'inclinaison α et il obtient $\cos\alpha = 0{,}618$

Ce qui fait $\alpha = 52°$. Cet angle semble être l'angle de cabrage maximal du cerf-volant mais ce n'est absolument pas explicite.

Prenons un cerf-volant de 1 m² et de charge alaire d = 0,25. Il pèse donc 0,25 kgf. Avec 52° on obtient une force ascensionnelle de 0,9 kg au départ, de 0,6 kg avec une incidence de 22° et de 0,18 kg avec une incidence de 10°. Ces valeurs sont plausibles

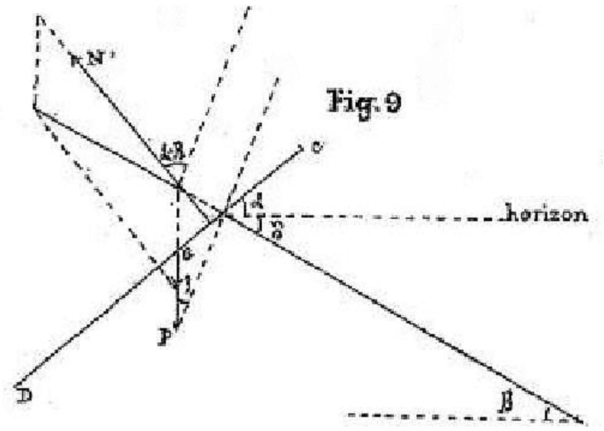
Pour que le cerf-volant se tienne dans les airs, continuant ses calculs, Bertinet aboutit à cette formule: $0{,}1 \,.\, w^2 > 2{,}058\,\delta$ soit encore $w^2 > 20{,}58\,\delta$

La vitesse mini calculée par cette formule est-elle réaliste? Prenons une charge alaire de 0,25. Cette formule donne 2,3 m/s. La réalité est un vent de plus de 3 m/s.

La formule la plus réaliste que je connaisse est: **vent mini > 12 δ**

5° Hauteur atteinte; Descente

Avec les forces et leurs directions sur la fig. 9 Bertinet écrit leur équation d'équilibre, dans laquelle β est l'angle de fil avec l'horizontale.



Bertinet aboutit ensuite à la formule qui détermine cet angle de fil:

$$\operatorname{Tg}\beta = [\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1] \,/\, [\sin\alpha \,.\, \cos\alpha]$$

En prenant $\alpha = 22°$ $\delta = 0{,}25$ un vent de 5 m/s et u/10 = 0,1 on obtient k = 10 d'où $\beta = 66°$ ce qui est tout à fait réaliste pour un angle de fil maximal.

Avec d'autres considérations, Bertinet montre que si le cerf-volant se cabre de plus de 51° l'appareil descendra. Il explique donc qu'en fonction du vent, et pour une longueur de fil donnée, le cerf-volant se déplace entre deux altitudes, le minimum étant donné par l'angle d'incidence maximal (cabrage) et l'autre avec l'angle d'incidence minimal.

Cas pratique:

Avec $\delta = 0{,}25$ et une vitesse de vent mini de 3 m/s on obtient k = 3.6 et $\beta = 3°$ c'est-à-dire que le cerf-volant reste pratiquement au niveau du sol. Il lui faut plus de vent pour s'élever

6° Tension du fil

Bertinet rappelle la tension au départ (cerf-volant cabré): $T = u/10 \cdot w^2 \cdot s \cdot \sin\alpha$
Et dans une autre position d'inclinaison: $T' = s \cdot \delta \cdot [\, k \cdot \sin\alpha \cdot \sin(\alpha+\beta) - \sin\beta \,]$
Reprenant les valeurs $\alpha = 22°$ $\delta = 0,25$ un vent de 5 m/s et u/10 = 0,1 pour un cerf-volant de 1m² on obtient une tension de 1,9kg au décollage avec un angle de 51° et de 0,7 kg en vol avec une incidence $\alpha = 22°$ et un angle de vol β de 66°. Ces résultats sont plausibles.
Bertinet établit ensuite une formule générale de la tension du fil, uniquement dépendante de la charge alaire et de l'angle d'incidence:

$$T^2 = s^2 \delta^2 \; [\, 2\cos^3\alpha - 2\cos\alpha + 1 \,] / [\, 1 - \cos\alpha \,]^2$$

Avec les valeurs ci-dessus, on trouve une tension de 3,2 kg. Cette valeur est manifestement forte et différente de celle calculée à partir de la formule de T' ci-dessus. Quand α diminue, T augmente ce qui est anormal. Y a-t-il une erreur de typographie? Dans mes expériences, aux mêmes conditions, la tension mesurée est de ~1 kg pour une surface portante de 1 m².
Cette section se termine avec un tableau de valeurs basées sur cette formule pour des angles α de 5° en 5°. Les valeurs négatives n'ont pas d'inté rêt. La manière d'utiliser ce tableau est en fait expliquée au chapitre suivant.
La somme a+b est toujours inférieure à 90°. Le rapp ort $(\alpha+\beta) / 90°$ donne le rendement du cerf-volant. On constate qu'il augmente quand l'incidence diminue. Cependant la somme n'arrive jamais à 90° comme c'est le cas dans ce t ableau pour les valeurs inférieures à 15°.

Application

Ce tableau est fait pour un seul type de cerf-volant: celui de la fig.3
Il faut d'abord calculer la valeur k en fonction de la vitesse du vent w et de la charge alaire δ du cerf-volant. Ayant k, on lit dans le tableau, ou on interpole l'angle d'incidence α et l'angle de vol β. Ensuite de la même manière on détermine sur le tableau les rapports ϕ/p et T/p. P étant le poids du cerf-volant il suffit de multiplier les rapports par le poids du cerf-volant pour déterminer les valeurs réelles de la force ascensionnelle ϕ et de la tension sur le fil T.

J'ai mis dans un tableau les valeurs de k en fonction de la vitesse de vent w et de la charge alaire δ pour un coefficient aérodynamique u/10 = 0,1.

k = u / 10 . d . w²								
coeff aerodyn	U/10	0,1						
charge alaire	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
Vitesse vent								
2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
3	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5
4	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8
5	0,4	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3
6	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,4	1,6	1,8
7	0,7	1,0	1,2	1,5	1,7	2,0	2,2	2,5
8	1,0	1,3	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2
9	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,1
10	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
11	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,1
12	2,2	2,9	3,6	4,3	5,0	5,8	6,5	7,2
14	2,9	3,9	4,9	5,9	6,9	7,8	8,8	9,8
16	3,8	5,1	6,4	7,7	9,0	10,2	11,5	12,8
18	4,9	6,5	8,1	9,7	11,3	13,0	14,6	16,2
20	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0

On voit que les valeurs de k sont limitées, ici de 0,1 à 20, pour des conditions déjà extrêmes de vent (2 à 8 Beaufort) et de charge alaire. En applicant ces valeurs au tableau de Bertinet on voit qu'il y a une incohérence; k étant limité, il ne serait pas possible d'avoir une incidence inférieure à 25°. Je m'interroge donc sur l'aspect purement théorique ou sur le fait que quelques hypothèses pertinentes n'auraient pas été prises en compte.

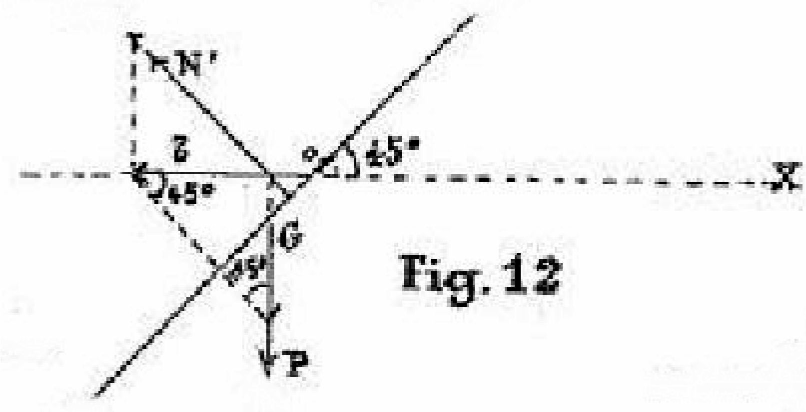
Globalement, dans ces deux chapitres sur le cerf-volant ordinaire de la fig.3 il y a une méthodologie simple et implacable qui permet de déterminer rationnellement des données essentielles sur le vol de ce cerf-volant. Cependant, ce cerf-volant est incapable de voler correctement sans queue; de ce fait, certains résultats sont approchés et ne peuvent être des résultats absolus.
Cette lacune sera traitée au chapitre suivant.

Cerf-volant muni d'une surcharge

Dans un premier temps, Bertinet considère la queue comme un simple poids mort qui déplace le centre de gravité. Ce qui le conduit à cette réflexion: Quelle position doit avoir le centre de gravité pour que l'appareil monte le plus haut possible?
Il examine alors comment varie l'angle de vol β quand la position du centre de gravité G se déplace. Le centre de gravité normal est à la distance a/3 sous l'axe transversal AB. Bertinet exprime la position variable de G comme m a/3 avec m qui varie de 1 à 0 entre l'axe AB et G et > 1 au-delà..
Il aboutit ainsi à la formule: $m = 2 [1 – k / \sqrt{(4+k^2)}]$
Avec k=10 ce qui est un angle incident à 32° m = 0. 039 c'est-à-dire un déplacement ~4%. Quand l'incidence diminue vers zéro, m tend vers 1.

Tension

Bertinet recherche ensuite quel est la tension à exercer pour maintenir en place un cerf-volant. La réponse arrive rapidement: cet effort est indépendant de la force du vent, et est égal au poids du cerf-volant. Il écrit en conclusion: *ce résultat est très curieux*.
Quand a = 45° alors T = p voir fig. 12.



Conclusions

1° En alourdissant le cerf-volant et en éloignant le centre de gravité, le cerf-volant volera moins haut.
2° Si le centre de gravité est proche de AB, une queue légère aura un effet bénéfique, surtout pour les faibles valeurs de k quand l'appareil peine à monter.
3° En abaissant le centre de gravité, la queue a une influence considérable sur la stabilité.
En effet, le moment induit a d'autant plus d'inertie qu'il est grand. Ainsi, plus la distance est grande, plus le moment est grand, plus il y a d'inertie, et plus le cerf-volant encaisse les effets du vent. Dans le cas contraire, il y a sur-réaction. Si l'oscillation produite est trop importante, il y a inversion des phénomènes, et le cerf-volant peut perdre sa sustentation et chuter. Avec un moment faible, le cerf-volant ne pourra se cabrer à nouveau car la résistance de l'air pendant sa chute l'en empêchera, et « *le cerf-volant tombera sur le sol* ».

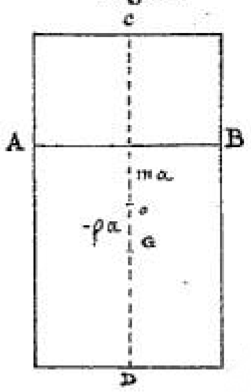
Remarque

Bertinet pense ainsi calculer le poids qu'un cerf-volant peut emmener et déterminer où le placer au mieux sur le cerf-volant.

L'approche de Bertinet est pertinente. Beaucoup de ses remarques concordent avec la réalité. Visiblement, il manquait de données concrètes pour appliquer ses formules. Quelques-unes ne correspondent pas à ce que nous pouvons observer et mesurer actuellement. Il devait probablement lui manquer un instrument essentiel: un anémomètre.

Cerf-volant, cas général

Fig.14



La structure de ce chapitre est exactement celle du chapitre sur le cerf-volant ordinaire. Le raisonnement suivi par Bertinet est donc rigoureusement le même.

A et B sont les points de bridage. Au départ, le cerf-volant pivote sur cette ligne.

1° <u>Forme, poids, pression, centre de pression.</u>

Cette première section est explicite, et il suffit de la lire telle que Bertinet l'a écrite, mais pensez à faire deux césures du texte, l'une pour le poids, l'autre pour la pression.

On retiendra: la force aérodynamique $N = 0{,}1 \,.\, W^2 \,.\, S \,.\, \sin\alpha$ #1

sa position, à la distance $(a \,.\, \cos\alpha) / 3$ au-dessus du centre de gravité #2

avec la demi-hauteur du cerf-volant a, et sa surface s.

.

Densité, poids spécifique, charge alaire sont la même grandeur physique. Telle que définie par Bertinet, le mot densité est parfaitement compréhensible et adapté.

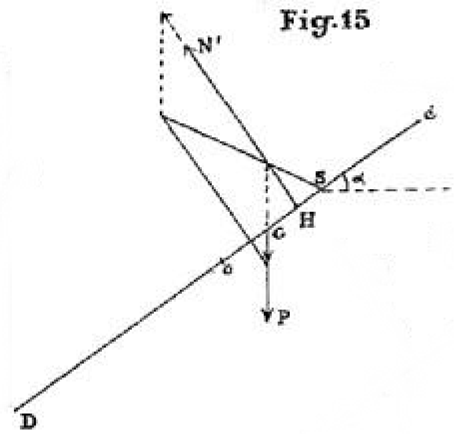
2° <u>Mode de fonctionnement</u>

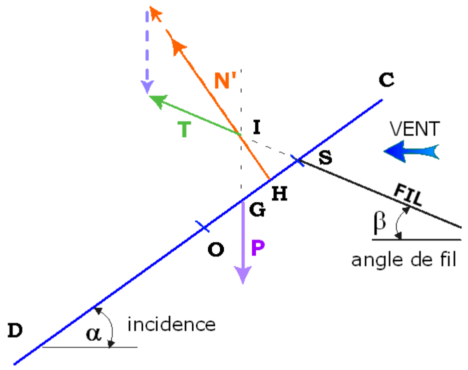
Là encore, cette section est à lire pas à pas en se laissant guider par le texte.

3° <u>Positions d'équilibre</u>

Dans cette section tout va bien les deux premières lignes, jusqu'à ce qu'on tourne la page. Vite, on va voir la fig.15.

Fig.15





En voici une autre représentation plus explicite

S est l'intersection entre AB et CD (fig14).
H est le centre de poussée. La poussée est N'
G est le centre de gravité, point d'application du poids P.
Après rotation autour de AB, lorsque la résultante T de la poussée et du poids passe par S, le cerf-volant décolle. C'est à ce moment que Bertinet présente la fig. 15.
Pour construire la résultante, partir de l'intersection I de N' et de P. Tracer la longueur de N'; de l'extrémité, tracer P. La résultante va de l'intersection I à cette dernière extrémité.

Bertinet calcule la distance SH qui dépend de l'angle d'incidence α puisque H varie avec α. Rappelons-nous que O étant le centre géométrique du rectangle, m exprime SH comme une fraction de la distance a = OC = OD et ρ exprime la distance OG comme une fraction de a, soit SH = m a et OG = ρ a

Cela paraît complexe mais facilite la manipulation mathématique.

Ensuite il écrit les équations des moments, N' avec la distance SH et P avec la distance GH.

$(m - \rho)\ \cos\alpha - k \cdot \sin\alpha\ [\ m - (\cos\alpha) / 3] = 0$ #1 (formule n°1)

Utilisant k que nous connaissons bien, il arrive après manipulations mathématiques à une formule ne contenant que α, k , m et ρ mais avec des tangentes puissance 4 de α. $(\mathrm{tg}\ \alpha)^4$

4° <u>Force ascensionnelle au départ; hauteur atteinte; tension</u>

Bertinet donne la force ascensionnelle:

$\phi = s \cdot \delta \cdot [\ k \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha\ -\ 1]$ #2 s étant la surface portante.

Il établit le calcul de l'angle de fil par l'équation:

$\mathrm{tg}\ \beta = [k \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha - 1] / [\ k \sin^2\alpha]$ #3

De là, la hauteur du cerf-volant se calcule par :

$H = L \cdot \sin\beta$ avec L la longueur de fil.

Il termine ce chapitre avec la formule de la tension:

$T = s \cdot \delta\ [\ k \cdot \sin a \cdot \sin(\alpha+\beta) - \sin\beta\ ]$ #4

Ce chapitre se termine par une conclusion en deux points que je reproduis intégralement ici:

> **1°** Quand le cerf-volant a pris une position d'équilibre autour de AB et est soumis à une force ϕ, il monte ou descend sans que son équilibre se détruise; ϕ diminue d'une manière continue, depuis sa valeur au départ jusqu 'à zéro.
> **2°** La tension du fil va graduellement en croissant, depuis la position de départ du cerf-volant jusqu'à sa position d'équilibre dans l'air. ϕ et T pour des valeurs égales de k et de α sont du reste proportionnelles à la surface du cerf-volant.

Dans ce chapitre, Bertinet écrit: Quand le fil fera avec l'horizon un angle β, ϕ aura pour valeur: $\phi = s \cdot \delta \cdot [\ k \cdot \sin\alpha \cdot \cos(\alpha+\beta) -\ \cos\beta]$

J'avoue ne pas comprendre cette formule qui diffère de la formule précédente. La force ascensionnelle étant strictement verticale, et la poussée ne dépendant que de l'incidence, il n'y a aucune raison de voir ici l'angle de fil, d'autant plus que α varie avec β.

Discussion

Nous croyions déjà avoir tout appris, eh bien non! E. Bertinet nous ré-explique tout!
Ce chapitre commence par rappeler les équations #1 à #4 ci-dessus ainsi que la formule du coefficient $k = 0{,}1 \cdot w^2 / \delta$ et celle de la surface $s = 2\ a\ \ b$.

Bertinet développe d'abord que puisque l'équation des moments #1 ne dépend ni de la largeur, ni de la longueur, mais de la position du centre de gravité (par m) et du bridage (par ρ) les cerfs-volants ayant ces deux réglages dans les mêmes proportions voleront à la même hauteur avec la même longueur de ligne. De plus, les cerfs-volants de même densité, ou charge alaire δ, auront le même comportement dans les vents de même vitesse.

Ensuite il analyse les différentes valeurs que peuvent prendre m, ρ et k dans l'équation des moments. Il appelle axe de soutien la direction de l'angle de fil passant par le point de bridage.
Si vous avez énormément de patience, si vous tracez et suivez bien le diagramme des solutions et des choix en cascade, en décortiquant ces 15 pages, vous verrez que la plupart du temps, ou il n'y a pas de solution possible, ou le cerf-volant tombe. Parfois, il y a une solution réaliste. Vous aurez alors le plaisir de comprendre tous les cas des figures 16 à 26.

Le plus simple et le plus rationnel est de se rendre au résumé avec ses quatre parties I à IV. On y trouve deux nouvelles équations que j'appelle #5 et #6:
Celle qui permet de connaître l'angle de fil maximum: $tg\ \beta = (k^2 - 4) / 4k$ #5
Et celle-ci que j'ai re-formulée ainsi: $\rho + m = \frac{2}{3} k / \sqrt{(k^2+4)}$ #6
Connaissant k et la position du centre de gravité, elle permet de calculer la position de l'axe de bridage pour un angle de fil β, et donc pour le maximum théorique.

Puisque, comme l'angle d'incidence, l'angle de fil est lié au coefficient k, j'ai donc calculé avec l'équation #5 l'angle de fil β en fonction de valeurs de k entre 0,2 et 20 correspondant à la gamme de valeurs définies précédemment comme plausibles selon la vitesse du vent et la charge alaire des cerfs-volants.

angle de fil	tg b = (k²-4) / 4 k	
k	**tangente**	**angle**
0,2	-5,0	-79 °
1	-0,8	-37 °
1,5	-0,3	-16 °
2	0,0	0 °
3	0,4	23 °
4	0,8	37 °
5	1,1	46 °
7	1,6	58 °
9	2,1	65 °
12	2,9	71 °
16	3,9	76 °
20	5,0	79 °

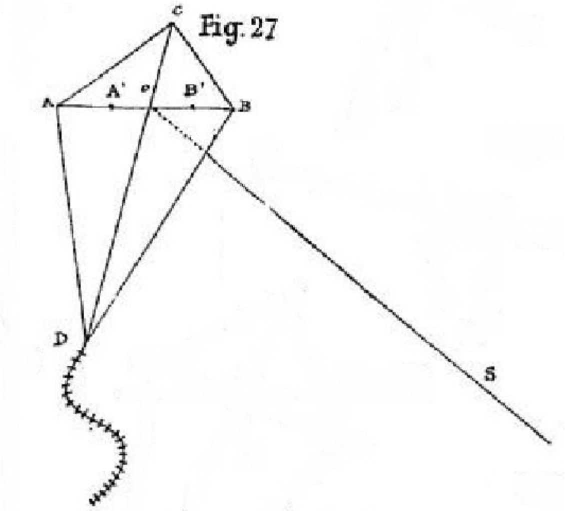
Pour $k < 2$ l'angle β est négatif. Pour $k = 2$, β est nul, et β est positif pour $k > 2$. Je me demandais auparavant pourquoi Bertinet arrivait souvent à la condition $k > 2$ pour que le cerf-volant puisse voler, c'est maintenant une évidence.
Le résultat du calcul montre aussi que pour $5 < k < 20$ l'angle de fil varie entre 45° et 80°, plage de conditions de vol satisfaisantes. Réellement, je trouve ce coefficient k très intéressant.

Autres modes d'attache de la ficelle.

Ce chapitre est divisé en deux parties I et II bien distinctes, une fois n'est pas coutume.
Cela vaut réellement la peine de le lire intégralement.

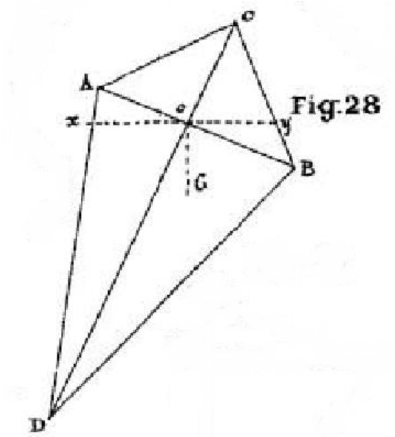
<u>Partie I</u>

Fig.27 En attachant le cerf-volant en deux points symétriques sur la ligne AB, ou même en un seul point au centre, le cerf-volant a un comportement et une stabilité identiques car le plan CDS reste vertical.



Si le plan ABCD du cerf-volant n'est pas perpendiculaire au vent, mais oblique, il revient naturellement à la position d'équilibre qui est perpendiculaire au vent.

1ère Remarque

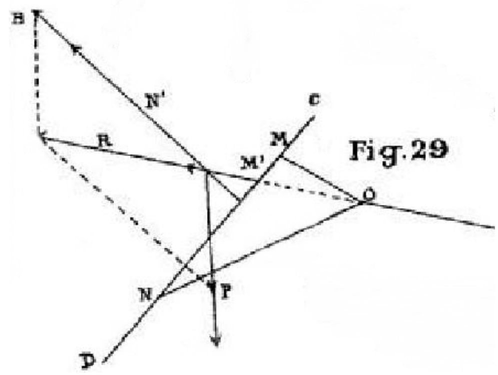


Si le plan CDS n'est plus vertical, c'est le poids du cerf-volant qui le ramène à son point d'équilibre.
Cette réflexion de Bertinet est très intéressante.

2ème Remarque
Avec un cerf-volant de surface quelconque, mais symétrique, on est ramené à la même méthode que précédemment.
Le poids de la ficelle n'est pas pris en compte, mais son influence est négligeable.

En réalité l’action de la ficelle n’agit pas sur le comportement du cerf-volant tant que la tension est supérieure à son poids. Si la tension est inférieure, le cerf-volant chute. De plus, lorsque l’incidence est faible et que la tension a fortement diminuée, le poids du fil va s’ajouter à l’équation des moments et empêcher le cerf-volant de se cabrer pour revenir à sa position d’équilibre. C’est un phénomène que nous connaissons bien.

Partie II

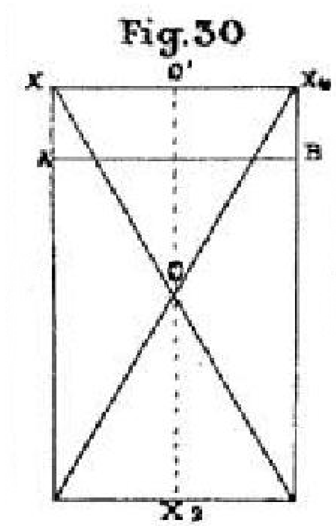


Bertinet traite du bridage en deux points sur l’axe vertical CD du cerf-volant. Il explique comment trouver le point de bridage optimum. Il faut d’abord déterminer l’angle d’incidence et l’angle de vol recherchés; puis calculer la position de M_1, c'est-à-dire la valeur de m dans la formule #1 ou #6. A partir de M_1 tracer un angle a + b. Il ne reste plus qu’à dessiner OM et ON et déterminer leur longueur. M doit être suffisamment en avant pour que le centre de poussée soit en dessous.

Forme à donner au cerf-volant

En fait, ce n’est pas la recherche de la forme la plus adaptée que Bertinet nous propose, mais l’optimisation d’une forme donnée. Et pour cet exercice, il a choisi le rectangle.

Il calcule la position de l’axe de soutien AB à partir de l’équation #6. Ainsi m = 2/3.
Considérant que a+b est proche de 90° quand le cerf-volant vole haut, il est facile de positionner le bridage.
Il donne ensuite un exemple chiffré.



Utilité du cerf-volant

Je vous laisse découvrir et savourer la proposition de cerf-volant porte-amarre de Bertinet et sa solution, proche des pilotables actuels, pour fixer le point d’amarre au sol. C’était un sujet très à la mode. J’ignore si Bertinet a expérimenté son système.
Bertinet n’a sans doute pas imaginé qu’en bord de mer, il y a ou du sable, ou des rochers. Dans le sable la pique ne tiendra pas, et dans les cailloux elle ne pénétrera pas. A poids égal, un crochet léger mais robuste aurait plus de chance de servir de point d’ancrage.

Épilogue

Cet ouvrage d’ Emile Bertinet mérite d’être connu. Son approche théorique est indéniablement correcte. Il reste à l’ajuster avec des données tirées de l’expérimentation.

TABLE DES MATIÈRES

Pagination:
T.A.N.R. Travaux de l'Académie Nationale de Reims, volume n° 81, tome 1, 1886-1887
opus Livre édition F. Michaud, librairie de l'Académie, Reims, 1887

Nota: Le volume 81, tome 1 est consultable:
http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5746678p/f86.image.langFR